INTERROGATION N°8 – PROBABILITÉS

NOM : .... Prénom : .... Note :

Variables aléatoires

1. (2pts) On considère l'univers $U = \{0,1,2\}$. Quels sont les événements de U ?

2. (2pts) Donner un exemple d'une probabilité f sur U qui ne soit pas la probabilité uniforme. On ne donnera que les valeurs de $f(\{\omega\})$ pour $\omega \in U$.

3. (3pts) Soit $(\Omega, \mathbb{P})$ un espace probabilisé. Donner les trois lois usuelles en précisant, pour chaque loi, l'ensemble des valeurs prises par la v.a., la loi proprement dite et enfin la notation associée.

4. (3pts) On tire, *avec remise*, 5 cartes d'un jeu de 52 cartes.
   (a) Donner un univers Ω qui correspond à cette expérience aléatoire.

   (b) On note X la v.a. égale au nombre total de dames tirées. Reconnaitre la loi de X.

Indépendance, conditionnement

1. (2pts) Énoncer la formule de Bayes.

2. (2pts) On lance un dé à six faces. On note A l'événement « le nombre obtenu est premier » et B l'événement « le nombre obtenu est un multiple de 2 ou de 3 ». Calculer $\mathbb{P}(A \mid B)$.

3. (3pts) On considère la probabilité uniforme $\mathbb{P}$ sur $\Omega = [\![1,8]\!]$, ainsi que $A = \{1,2,3,4\}$ et $B = \{5,\alpha\}$ avec $\alpha \in \Omega \setminus \{5\}$. Est-ce que A, B sont indépendants si $\alpha \leq 4$? Si $\alpha \geq 6$?

4. (3pts) On considère X, Y deux v.a. indépendantes dont les lois sont données par (avec $p, q \in [0,1]$) :

$$\mathbb{P}(X = -i) = p \qquad \mathbb{P}(X = i) = 1 - p$$

$$\mathbb{P}(Y = -1) = q \qquad \mathbb{P}(Y = 1) = 1 - q$$

Déterminer la loi conjointe de (X, Y). On pourra la présenter sous forme d'un tableau.