INTERROGATION N°3 – APPLICATIONS, FONCTIONS – CORRIGÉ

1) Soit $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ l'application définie par $f(x) = \text{ch}x$. Faire une représentation graphique de f **(2)**. L'application f est-elle injective **(1,5)** ? surjective **(1,5)** ?

Pour le dessin, vous pouviez dessiner une fonction qui ressemble à $x \mapsto x^2 + 1$. Mettre une croix au point $(0, 1)$.

La fonction f est paire, donc $f(1) = f(-1)$. Or, $1 \neq -1$. Ainsi, f n'est pas injective.

On pose $y = 0 \in \mathbb{R}$. Alors pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a $f(x) \geq 1$ donc $f(x) \neq y$. Ainsi, f n'est pas surjective.

2) On définit la relation $\preceq$ sur $\mathbb{R}$ par $x \preceq y \iff x^2 \leq y^2$. Montrer que $\preceq$ est réflexive **(1,5)** et transitive **(1,5)**. Est-ce que $\preceq$ est une relation d'ordre ? **(2)**

Soit $x \in \mathbb{R}$. On a $x^2 \leq x^2$, d'où $x \preceq x$. Ainsi $\preceq$ est réflexive.

Soient $x, y, z \in \mathbb{R}$. Supposons que $x^2 \leq y^2$ et $y^2 \leq z^2$. Alors $x^2 \leq y^2 \leq z^2$, si bien que $x^2 \leq z^2$. Donc $x \preceq z$. Ainsi, $\preceq$ est transitive.

On vérifie facilement que $1 \preceq (-1)$ et $(-1) \preceq 1$. Or, $1 \neq -1$. Donc $\preceq$ n'est pas antisymétrique. Ce n'est donc pas une relation d'ordre.

3) Soient $f, g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ deux fonctions dérivables et $\alpha \in \mathbb{R}$. Compléter :

$(f \circ g)' =$ $(f' \circ g) \times g'$ **(1,5)**

Lorsqu'elle existe, la dérivée de $x \mapsto x^\alpha$ est $x \mapsto$ $\alpha x^{\alpha-1}$ **(1,5)**

L'ensemble de définition de $x \mapsto \sqrt[3]{x}$ est $\mathbb{R}$ **(1,5)**

$\arcsin(\sin x) = x$ pour tout $x \in$ $\left[-\dfrac{\pi}{2}, \dfrac{\pi}{2}\right]$ **(2)**

L'ensemble de dérivabilité de $x \mapsto \arccos(x)$ est $]-1, 1[$ **(2)**

$\arctan'(x) =$ $\dfrac{1}{1+x^2}$ **(1,5)**