Interrogation n°1 – Logique

1) En raisonnant par contraposée, démontrer $\forall x \in \mathbb{R}$ $(x^2 + 6x + 1 \le 0 \implies x < 0)$.

2) Pour toute fonction $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, on pose $P(f): \forall x_0 \in \mathbb{R} \quad \forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R} \quad |x - x_0| \le \delta \implies |f(x) - f(x_0)| \le \varepsilon$. Écrire la négation de P(f).

3) On pose $R: \forall x \in \mathbb{R} \quad (x^2 < 0 \implies x < 0)$. La proposition R est-elle vraie ou fausse? Justifier.

4) Écrire avec des quantificateurs la proposition suivante : « aucun entier n'est supérieur à tous les autres ».