Devoir Maison n°1

Logique et raisonnement

Exercice 1. Montrer que $P \implies Q$ équivaut à (nonP) ou Q.

Exercice 2. Vérifier si les propositions P ou (Q ou R) ainsi que (P ou Q) ou R sont équivalentes.

Exercice 3. Soit $n \in \mathbb{N}$. Montrer que si $n^2 - 1$ n'est pas divisible par 8, alors l'entier n est pair.

Exercice 4. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $\dfrac{1}{x^2} \leq \dfrac{1}{2x-1}$.

Exercice 5. Soit E un ensemble et P un prédicat dépendant d'une variable de E. Ci-dessous on note 8 propositions sur deux colonnes.

a. Il existe un unique élément de E qui vérifie P.
b. Tout élément de E vérifie P, sauf un.
c. Il existe un élément de E qui vérifie P et un autre qui ne vérifie pas P.
d. Au plus un élément de E vérifie P.

i. $\forall x, y \in E \quad (P(x) \text{ et } P(y)) \implies x = y$
ii. $\exists z \in E \quad \forall x \in E \quad P(z) \text{ et } (P(x) \implies x = z)$
iii. $(\exists x \in E \quad P(x)) \implies (\exists y \in E \quad \text{non}P(y))$
iv. $\exists y \in E \quad \forall x \in E \quad \text{non}P(y) \text{ et } (x \neq y \implies P(x))$

1) Pour chaque proposition de la colonne de gauche, donnez (sans justifier) une proposition de la colonne de droite qui lui est équivalente. Attention : il y a une proposition « intruse » sans équivalente dans chaque colonne.
2) Justifier que les propositions intruses ne sont pas équivalentes.
3) Donner une proposition à ajouter à chaque colonne de sorte qu'il n'y ait plus de proposition intruse (« en français » sur la colonne de gauche et avec des quantificateurs sur la colonne de droite).

Devoir Maison n°1

Logique et raisonnement

Exercice 1. Montrer que $P \implies Q$ équivaut à (nonP) ou Q.

Exercice 2. Vérifier si les propositions P ou (Q ou R) ainsi que (P ou Q) ou R sont équivalentes.

Exercice 3. Soit $n \in \mathbb{N}$. Montrer que si $n^2 - 1$ n'est pas divisible par 8, alors l'entier n est pair.

Exercice 4. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $\dfrac{1}{x^2} \leq \dfrac{1}{2x-1}$.

Exercice 5. Soit E un ensemble et P un prédicat dépendant d'une variable de E. Ci-dessous on note 8 propositions sur deux colonnes.

a. Il existe un unique élément de E qui vérifie P.
b. Tout élément de E vérifie P, sauf un.
c. Il existe un élément de E qui vérifie P et un autre qui ne vérifie pas P.
d. Au plus un élément de E vérifie P.

i. $\forall x, y \in E \quad (P(x) \text{ et } P(y)) \implies x = y$
ii. $\exists z \in E \quad \forall x \in E \quad P(z) \text{ et } (P(x) \implies x = z)$
iii. $(\exists x \in E \quad P(x)) \implies (\exists y \in E \quad \text{non}P(y))$
iv. $\exists y \in E \quad \forall x \in E \quad \text{non}P(y) \text{ et } (x \neq y \implies P(x))$

1) Pour chaque proposition de la colonne de gauche, donnez (sans justifier) une proposition de la colonne de droite qui lui est équivalente. Attention : il y a une proposition « intruse » sans équivalente dans chaque colonne.
2) Justifier que les propositions intruses ne sont pas équivalentes.
3) Donner une proposition à ajouter à chaque colonne de sorte qu'il n'y ait plus de proposition intruse (« en français » sur la colonne de gauche et avec des quantificateurs sur la colonne de droite).