

Programme de colles n°9

semaine du 28 novembre au 2 décembre

Notions vues en cours

Chapitre 7 : Nombres réels

- Rappels : majorant, minorant, maximum (ou plus grand élément), minimum (ou plus petit élément) d'une partie de \mathbb{R} . Partie majorée, minorée, bornée
- Borne inférieure et borne supérieure : définition, caractérisation. \mathbb{R} vérifie la propriété de la borne supérieure
- Si A admet un maximum, alors elle admet une borne supérieure et $\inf A = \max A$
- Partie entière d'un réel : définition par caractérisation (cf chapitre 2, revue dans l'exercice 4 du TD)
- Approximation décimale d'un réel : valeur approchée (par défaut, par excès) d'un réel à 10^{-n} près
- Partie dense dans \mathbb{R} . Les ensembles $\mathbb{D}, \mathbb{Q}, \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ sont denses dans \mathbb{R} . Tout intervalle $[a, b]$ avec $a < b$ contient une infinité d'éléments de $\mathbb{D}, \mathbb{Q}, \mathbb{R}$
- Compléments : droite numérique achevée $\overline{\mathbb{R}}$, définition d'un intervalle de \mathbb{R}

Chapitre 7.5 : Suites réelles

- Généralités : suite réelle, ensemble $\mathbb{R}^{\mathbb{N}}$, terme général, suite définie explicitement, implicitement, par récurrence
- Opérations $+$, \times , $\lambda \cdot$ et relation \leq sur $\mathbb{R}^{\mathbb{N}}$. Propriété vérifiée à partir d'un certain rang
- Suite constante, stationnaire, majorée, minorée, bornée, positive, négative, croissante, décroissante, monotone (strictement ou non)
- Limite finie ou infinie, notation $u_n \rightarrow \ell$ ou $\lim u_n = \ell$, nature d'une suite, suite CV, suite DV, unicité de la limite, toute suite CV est bornée
- Opérations sur les limites (version suites), formes indéterminées, $u_n \rightarrow 0$ et (v_n) bornée entraîne $u_n v_n \rightarrow 0$
- Passage à la limite dans les inégalités, théorème d'encadrement
- Théorème de la limite monotone

La notion de suites adjacentes n'est pas au programme de cette semaine.

Questions de cours

Sauf mention contraire, les démonstrations sont à connaître.

- *Énoncé uniquement* : définition d'un majorant, du maximum (ou plus grand élément) et de la borne supérieure d'une partie $A \subset \mathbb{R}$, propriété de la borne supérieure, caractérisation de la borne supérieure Chapitre 7, réparti dans les encadrés 7.1 à 7.5
- Idem que le point précédent avec minorant, minimum, borne inférieure, etc.
- Unicité de la limite *finie* d'une suite Chapitre 7.5, Théorème 7.9
- Théorème de la limite monotone : on ne donnera l'énoncé (et la démonstration) que dans le cas d'une suite croissante Chapitre 7.5, Théorème 7.20