Programme de colles n°29

semaine du 5 au 9 juin

Notions vues en cours

Chapitre 22 : Variables aléatoires

- Loi d'une v.a. X, notation $\mathbb{P}_X$, c'est une probabilité sur E (donc en particulier vérifie les propriétés de toute probabilité)
- Notation $\mathbb{P}(X = x)$, la famille $(\mathbb{P}(X = x))_{x \in E}$ est une densité de probabilités et détermine entièrement la loi $\mathbb{P}_X$
- Loi uniforme sur E, notation $X \sim \mathcal{U}(E)$, loi de Bernoulli, notation $X \sim \mathcal{B}(p)$, loi binomiale, notation $X \sim \mathcal{B}(n, p)$
- $X \sim Y$ signifie que X, Y ont la même loi : c'est une relation d'équivalence, loi de $f(X)$

Chapitre 23 : Indépendance, conditionnement

- Probabilité de A sachant B, notation $\mathbb{P}_B(A) = \mathbb{P}(A \mid B)$, $\mathbb{P}_B$ est une probabilité sur Ω
- Formule des probabilités composées (avec 2 / n événements), convention $\mathbb{P}(A \mid B)\mathbb{P}(B) = 0$ si $\mathbb{P}(B) = 0$, Formule des probabilités totales, formule de Bayes
- Loi conditionnelle d'une variable X sachant un événement B, adaptation de la formule des probabilités totales avec les événements $A = \{X = x\}$ et le système complet d'événements $(\{Y = y\})_{y \in F}$
- Événements indépendants, caractérisation $\mathbb{P}(A \mid B) = \mathbb{P}(A)$, caractérisation $\mathbb{P}(A \mid \overline{B}) = \mathbb{P}(A)$
- Événements indépendants 2 à 2, événements mutuellement indépendants, le second entraine le premier
- Couple de v.a., loi conjointe, lois marginales, déduction des lois marginales à partir de la loi conjointe
- V.a. indépendantes (pour 2 variables, pour n variables), notation $X \perp\!\!\!\perp Y$, cela entraine $\mathbb{P}(X = x \mid Y = y) = \mathbb{P}(X = x)$
- Vu en TD : si $X \perp\!\!\!\perp Y$, les lois marginales du couple (X, Y) permettent de reconstruire la loi conjointe
- Si $X \perp\!\!\!\perp Y$, alors $f(X) \perp\!\!\!\perp g(Y)$, généralisation à n variables indépendantes avec n fonctions, lemme des coalitions
- La somme de n v.a. indépendantes de loi $\mathcal{B}(p)$ est une v.a. qui suit une loi $\mathcal{B}(n, p)$

Questions de cours

Sauf mention contraire, les démonstrations sont à connaitre.

- Donner les trois lois usuelles (uniforme, Bernoulli, binomiale). Pour chaque loi, on précisera l'ensemble dans lequel la v.a. prend ses valeurs, la notation correspondante (avec un $\sim$), ainsi que les valeurs de $\mathbb{P}(X = x)$ Chapitre 22, Définitions 22.18, 22.19, 22.20
- Définition de la probabilité conditionnelle de A sachant B ; **sans démonstration** : formule des probabilités composées, des probabilités totales, et formule de Bayes Chapitre 23, Définition 23.1, Propositions 23.4, 23.5, 23.6
- Définition de l'indépendance de deux événements, de l'indépendance de deux v.a. Chapitre 23, Définitions 23.9 et 23.18