

Programme de colles n°28

semaine du 29 mai au 2 juin

Rappel : le programme suivant sera a priori publié le 1er juin.

Notions vues en cours

Chapitre 20 : Intégration

- Formule de Taylor avec reste intégral, inégalité de Taylor-Lagrange

La partie 5 du chapitre 20 (compléments) n'est pas au programme de cette semaine.

Chapitre 21 : Dénombrement

- Ensemble fini ou infini, cardinal d'un ensemble, deux ensembles en bijection ont même cardinal
- Cardinal d'un sous-ensemble (dont cas d'égalité), de l'union (disjointe ou non), du complémentaire, de la différence, cardinal de $E \times F$, de F^E , de $\mathcal{P}(E)$
- Le cardinal de $f(E)$ est inférieur à celui de E , cas d'égalité, entre deux ensembles de même cardinal, il y a équivalence entre injectivité, surjectivité, bijectivité
- p -uplet (ou p -liste) d'un ensemble, nombre de p -uplets d'un ensemble fini, p -arrangement d'un ensemble, nombre A_n^p de p -arrangement d'un ensemble à n éléments, cardinal de S_n
- p -combinaison d'un ensemble, nombre $\binom{n}{p}$ de p -combinaisons d'un ensemble à n éléments, rappels des formules $\binom{n}{n-p} = \dots$ et du triangle de Pascal

Chapitre 22 : Variables aléatoires

- Univers, on se restreint aux univers finis, événement, événement élémentaire, événements disjoints (ou incompatibles), système complet d'événement
- Probabilité sur un univers, on la note généralement \mathbb{P} , espace probabilisé
- Propriétés d'une probabilité : $\mathbb{P}(\emptyset), \mathbb{P}(\overline{A}), \mathbb{P}(B \setminus A)$, etc. Probabilité avec un système complet d'événement
- Distribution de probabilités : définition, permet de construire une probabilité ; réciproquement, la famille $(\mathbb{P}(\{\omega\}))_{\omega \in \Omega}$ est une distribution de probabilités
- Variable aléatoire (réelle, complexe) : définition, abréviations v.a. et v.a.r., exemple avec la v.a.r. $\mathbf{1}_A$
- Notation $\{X \in A\}$, ou $(X \in A)$, notation $\mathbb{P}(X \in A)$, et plus généralement $\{X \text{ vérifie } \mathfrak{P}\}$ avec \mathfrak{P} une propriété : par exemple $\{X \in 2\mathbb{N}\}$ et $\mathbb{P}(X \leq x)$
- Si A, B sont disjoints, alors $\mathbb{P}(X \in A \cup B) = \mathbb{P}(X \in A) + \mathbb{P}(X \in B)$
- Opérations sur les v.a. : avec $E \subset \mathbb{K}$ la somme / produit / multiplication par un scalaire, avec E quelconque la composition, notation $f(X)$

La notion de loi d'une v.a. n'est pas au programme cette semaine.

Questions de cours

Sauf mention contraire, les démonstrations sont à connaître.

- Formule de Taylor avec reste intégral Chapitre 20, Théorème 20.19
- Inégalité de Taylor-Lagrange Chapitre 20, Théorème 20.20
- Définition d'une probabilité, et propriétés "ensemblistes" : on ne montrera que les propriétés commençant par "Si $A \subset B$ " Chapitre 22, Définition 22.5 et Théorème 22.6