

Programme de colles n°27

semaine du 22 au 26 mai

Changement de planning pour la publication des programmes de colles : compte tenu des jours fériés et du concours blanc, afin de lisser le nombre de notions au programme de chaque colle, certains programmes seront publiés un à deux jours plus tard, plus précisément les 4, 12, 25 mai et 1er juin.

Notions vues en cours

Chapitre 19 : Déterminants

- Mineur (notation Δ_{ij}), cofacteur, développement selon une ligne ou une colonne
- Déterminant d'une matrice triangulaire, méthodes pour calculer des déterminants de taille n
- Déterminant d'un endomorphisme : définition, notation $\det f$, formules pour $\det(\lambda f)$, $\det(f \circ g)$, $\det(f^{-1})$
- Le déterminant d'un endomorphisme correspond à celui de sa matrice selon toute base
- Formules matricielles : $\det(\lambda A)$, $\det(AB)$, $\det(A^{-1})$
- Une famille de n vecteurs d'un e.v. de dimension n est une base si et seulement si leur déterminant selon une base quelconque est non nul
- Comatrice, notation $\text{Com}(A)$, formule $A\text{Com}(A)^\top$, expression de A^{-1} en fonction de $\text{Com}(A)$

Chapitre 20 : Intégration

- Subdivision, pas d'une subdivision, fonction en escalier sur $[a, b]$, rajouter un point à une subdivision adaptée permet de garder une subdivision adaptée, intégrale d'une fonction en escalier
- Ensemble des fonctions en escalier $\mathcal{E}([a, b], \mathbb{R})$: c'est un sous-e.v. et un sous-anneau de $\mathbb{R}^{\mathbb{R}}$, toute fonction en escalier est bornée
- Fonction continue par morceaux, notation $\mathcal{CM}([a, b], \mathbb{R})$: c'est un sous-e.v. et un sous-anneau de $\mathbb{R}^{\mathbb{R}}$, toute fonction continue par morceaux est bornée
- Toute fonction continue par morceaux peut être "approchée" aussi près qu'on veut par une fonction en escalier
- Intégrale d'une fonction continue par morceaux : définition, notation $\int_a^b f = \int_{[a,b]} f$, linéarité, positivité, croissance, relation de Chasles, inégalité triangulaire
- Extensions de l'intégrale : $\int_b^a f$, intégrale d'une fonction complexe
- Rappels de résultats pour les fonctions continues (ou C^1) : théorème fondamental de l'analyse, intégration par parties, changement de variable
- Vu en TD : dérivation de $x \mapsto \int_{a(x)}^{b(x)} f(t)dt$
- Si f est continue, positive et vérifie $\int_a^b f = 0$, alors $f = 0$
- Intégrale d'une fonction paire / impaire / périodique, valeur moyenne
- Somme de Riemann : définition, formule

Questions de cours

- Définition d'une fonction continue par morceaux. Il pourra également être demandé si une fonction donnée (sous forme de tracé ou par son expression) est continue par morceaux Chapitre 20, Définition 20.6
- Théorème fondamental de l'analyse et le corollaire qui suit : énoncés sans démonstration. Il pourra également être demandé de l'appliquer sur un exemple Chapitre 20, Théorème 20.13 et Corollaire 20.14 **uniquement sur la version en ligne**
- Formule de convergence des sommes de Riemann : énoncé sans démonstration, suivi d'un exercice dans l'esprit de l'exemple 7 qui suit Chapitre 20, Théorème 20.16 (version papier) ou 20.18 (version en ligne)