Programme de colles n°22

semaine du 27 au 31 mars

Notions vues en cours

Chapitre 13 : Analyse asymptotique (en plus de la semaine précédente)

- Étude du signe local d'une fonction (DL sous forme normalisée puis équivalent), position relative d'une courbe par rapport à sa tangente
- Rappels : point critique, tout extremum local en un point intérieur est point critique
- Conditions d'optimalité du second ordre : conditions nécessaires, conditions suffisantes
- (Vu en exercice :) un équivalent de $f(x) - f(a)$ quand x tend vers a permet de déduire si a est un maximum ou minimum local
- Asymptote oblique en $\pm\infty$: définition, méthode de détermination

La notion de développement asymptotique, si abordée, doit être assortie d'indications et réservée aux plus à l'aise.

Chapitre 14 : Espaces vectoriels

- $\mathbb{K}$-espace vectoriel : définition, vecteur nul 0_E, règles de calcul avec $0_{\mathbb{K}}, 0_E, -$
- Exemples fondamentaux d'e.v. : $\mathbb{K}, \mathbb{K}^n, \mathbb{K}^{\mathbb{N}}, \mathbb{K}^{\mathbb{K}}, \mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K}), \mathbb{K}[X], \mathbb{K}(X), \mathbb{K}^{\Omega}$ avec Ω un ensemble quelconque
- $\mathbb{C}$ peut être vu comme un $\mathbb{C}$-e.v. ou un $\mathbb{R}$-e.v., Espace vectoriel produit $E_1 \times \cdots \times E_n$
- Combinaison linéaire d'une famille *finie* de vecteurs (les CL de familles infinies seront vues ultérieurement)
- Sous-espace vectoriel : définition, caractérisation, s.e.v. triviaux, stabilité par intersection (finie ou infinie)
- Sous-espace engendré par une partie X : définition, notation $\mathrm{vect}(X)$, c'est le plus petit s.e.v. qui contient X, caractérisation par les combinaison linéaires
- Sous-espace engendré par une famille de vecteurs, famille génératrice (finie)
- Famille libre (finie) / liée, vecteurs colinéaires, caractérisation du caractère lié d'une famille de 2 / n vecteurs
- Sur-famille, sous-famille, toute sur-famille d'une famille génératrice l'est également, toute sous-famille d'une famille libre l'est également
- Base : définition, caractérisation en termes d'existence et d'unicité des scalaires, coordonnées d'un vecteur dans une base donnée, bases canoniques de $\mathbb{K}^n$ et de $\mathbb{K}_n[X]$

Les notions de combinaison linéaire, de famille libre / liée / génératrice et de base sont vues à ce stade pour des familles finies.

Dans la mesure du possible, on évitera de poser des exercices sur les bases qui pourraient être facilement résolus par un argument de dimension.

Questions de cours

Sauf mention contraire, les démonstrations sont à connaitre.

- Conditions d'optimalité du second ordre : énoncé uniquement Chapitre 13, Proposition 13.32
- L'intersection d'une famille (finie ou infinie) de s.e.v. est un s.e.v. Chapitre 14, Proposition 14.9
- Définitions (dans le cas d'une famille finie) du s.e.v. engendré par une famille de vecteurs, d'une famille libre, d'une famille génératrice, d'une famille liée, d'une base Chapitre 14, Définitions 14.14, 14.15, 14.17, 14.25

  Inutile de réécrire chaque encadré Définition en entier : la partie "mathématique" suffit.
  Par exemple $(x_1, \ldots, x_n)$ *est une famille liée si* $\exists(\lambda_1, \ldots, \lambda_n) \in \mathbb{K}^n \setminus \{0_{\mathbb{K}^n}\} \qquad \lambda_1 x_1 + \cdots + \lambda_n x_n = 0.$