

Programme de colles n°18

semaine du 27 février au 3 mars

Notions vues en cours

Chapitre 11 : Calcul matriciel et résolution pratique de systèmes linéaires

- Inverse d'une matrice, formules $(A^{-1})^{-1} = A$ et $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$
- Une matrice est inversible ssi elle est inversible à gauche ssi elle est inversible à droite
- Système linéaire : définition, coefficients, second membre, système homogène associé, système compatible et incompatible
- Matrice associée au système, écriture matricielle d'un système, matrice augmentée avec le second membre à droite
- Structure de l'ensemble des solutions d'un système linéaire (la structure est similaire aux équations différentielles)
- Opération élémentaire sur les lignes (dilatation, permutation, transvection)
- Système équivalent, toute opération élémentaire transforme un système en un système équivalent
- Matrice échelonnée, pivot, algorithme du pivot de Gauss
- Matrice échelonnée réduite, variable pivot, variable libre, obtention de l'ensemble des solutions
- Calcul de l'inverse d'une matrice par la méthode du pivot, matrice augmentée avec I_n à droite
- Condition nécessaire et suffisante d'inversibilité des matrices diagonales / triangulaires, et forme des matrices inverses
- Matrice transposée, notation A^\top , l'application $A \mapsto A^\top$ est involutive et linéaire
- Formules $(AB)^\top = B^\top A^\top$, la transposée de l'inverse est l'inverse de la transposée
- Matrice symétrique / antisymétrique, notations $\mathcal{S}_n(\mathbb{K})$ et $\mathcal{A}_n(\mathbb{K})$, toute matrice antisymétrique admet des zéros sur sa diagonale

La notion de matrice nilpotente n'est pas au programme : elle doit être rappelée dans les énoncés des exercices.

Questions de cours

Sauf mention contraire, les démonstrations sont à connaître.

- Résoudre un système linéaire (donné par l'examineur, avec 3 ou 4 équations et 3 ou 4 inconnues), par l'algorithme du pivot de Gauss. On devra obligatoirement donner les solutions sous la forme d'un ensemble (méthode vue sur des exemples) Chapitre 11, Partie 3.4
- Déterminer l'inverse d'une matrice (donnée par l'examineur, de taille 3) par la méthode de la matrice augmentée Chapitre 11, Encadré au début de la partie 3.5
- La transposée du produit est égale au produit des transposées Chapitre 11, Proposition 11.33