

DEVOIR MAISON N°3

FONCTIONS USUELLES

À RENDRE POUR LE LUNDI 6 NOVEMBRE

On considère les fonctions

$$f : x \mapsto \frac{1}{2} \arctan(\operatorname{sh}(x)) \quad \text{et} \quad g : x \mapsto \arctan\left(\frac{\operatorname{sh}(x)}{1 + \operatorname{ch}(x)}\right).$$

On va montrer que $f = g$ de deux manières différentes.

1)

- (a) Déterminer le domaine de définition D de f et g .
- (b) Montrer que f et g sont dérivables sur D . Calculer f' et g' .
- (c) En déduire le résultat voulu.

2)

- (a) Rappeler le domaine de définition E de la fonction \tan .
- (b) Montrer que : $\forall x \in D \quad 2f(x) \in E$. Pour x dans D , calculer $\tan(2f(x))$.
- (c) Montrer que la fonction $h : x \mapsto \frac{\operatorname{sh}(x)}{1 + \operatorname{ch}(x)}$ est à valeurs dans $] -1, 1[$.
- (d) Montrer que : $\forall x \in D \quad 2g(x) \in E$. Pour x dans D , calculer $\tan(2g(x))$.
- (e) En déduire le résultat voulu.

3) Application :

- (a) Calculer $\operatorname{ch}\left(\frac{1}{2} \ln(3)\right)$ et $\operatorname{sh}\left(\frac{1}{2} \ln(3)\right)$.
- (b) En appliquant l'égalité $f(x) = g(x)$ en $x = \frac{1}{2} \ln(3)$, calculer $\tan\left(\frac{\pi}{12}\right)$.