TD 9 : Indications

Primitives

Exercice 1 (Trouver une primitive).

Exercice 2 (Trouver toutes les primitives).

Techniques d'intégration

Exercice 3 (Intégration par parties).

Exercice 4 (Intégrales de fractions rationnelles).

Exercice 5 (Changement de variables).

Exercice 6 (Équations et intégrales). 1)

2) Une fois $\mathcal{I}(x)$ calculé, utiliser le théorème fondamental de l'analyse.

Règles de Bioche

Exercice 7 (Règles de Bioche).

Exercice 8. En posant $t = \tan\frac{x}{2}$, on a $dt = \frac{1}{2}\left(1+\tan^2\frac{x}{2}\right)dx$ et donc

$$dx = \frac{2}{1+t^2}dt$$

À vous de jouer

Exercice 9 (Calcul d'intégrales). 1) On peut calculer directement la primitive.

2) On peut calculer directement la primitive.
3) Comme $x = \sqrt{x}^2$, c'est une intégrale de la forme $\int_a^b f(\sqrt{x})dx$: le changement de variable $u = \sqrt{x}$ permet en général de s'en sortir.
4) Utiliser le fait que $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$.
5) Si on avait $\int_a^b \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}dx$, que serait l'intégrale ? Puis, se ramener à ce cas en s'inspirant de la méthode pour calculer, par exemple, l'intégrale $\int_a^b \frac{1}{2+x^2}dx$
6) Reconnaitre une formule usuelle pour les primitives (par exemple $u'e^u$ avec u une fonction bien choisie)
7) Poser $u = \ln x$
8) Utiliser la définition de sinus

9) Séparer partie réelle et partie imaginaire

10) Le changement de variable $u = \sqrt[3]{x}$ est un bon début.

11) Le résultat est 0. Voyez-vous pourquoi ?

12) Séparer partie réelle et partie imaginaire

Exercice 10 (Intégrales de Wallis)**.** 1) C'est un calcul direct

2) Écrire $\sin^2 t = 1 - \cos^2 t$ puis faire une intégration par parties judicieuses pour exprimer I_{n+2} en fonction de I_n et I_{n+2}

3) Trouver une formule par la question 2, puis la démontrer par récurrence.

Exercice 11 $(\star)$**.**