TD 1 : Indications

Opérateurs logiques

Exercice 1. Adapter la preuve d'un théorème du Chapitre 1. Pour l'assertion 2, il faut que la table ait suffisamment de lignes pour considérer toutes les combinaisons possibles des valeurs de vérités pour P, Q et R.

Exercice 2. Raisonner étape par étape : est-ce que $P \implies Q$ est vraie ? Par suite, est-ce que $(P \implies Q) \implies R$ est vraie ?

Exercice 3. Traiter l'exercice étape par étape. Si on pose l'assertion Q' : "non$Q$ et R", alors on cherche la négation de $P \implies Q'$. Que vaut cette négation ? Puis il faut tout exprimer en fonction de P, Q, R.

Quantificateurs

Exercice 4.

Exercice 5. Pour la deuxième question, l'existence et l'unicité d'un tel u équivaut à ... l'existence d'un tel u ET l'unicité d'un tel u. Cf chapitre 0...

Exercice 6.

Exercice 7 ($\star$)**.** Pour l'assertion 3, on peut dans un premier temps traduire sa négation.
L'assertion 4 revient à écrire "pour toute valeur $A \in \mathbb{R}$, f peut prendre des valeurs plus grandes que A".

Exercice 8.

Raisonnements classiques

Exercice 9. Raisonner par double implication. Une implication est facile. Pour prouver l'autre, raisonner par contraposée.

Exercice 10. Raisonner par l'absurde.

Exercice 11. Raisonner par disjonction de cas, selon la parité de n.

Exercice 12. On vous demande de montrer une implication. On peut donc par exemple raisonner par contraposée. Autre possibilité : supposer par l'absurde que $a \neq 0$.

Exercice 13. C'est essentiellement un exercice de rédaction.

Exercice 14. Il faut procéder par récurrence, et on voit que la relation de récurrence qui définit u_{n+2} fait intervenir deux termes : u_{n+1} et u_n. Cela encourage à faire une récurrence double.

Exercice 15. Pour l'hérédité, lorsqu'il faut étendre la propriété à l'entier $n+1$, on peut distinguer les cas où $n+1$ est pair et où $n+1$ est impair.

Exercice 16 ($\star\star$)**.** Raisonner par l'absurde. Combien de droites sont tracées s'il n'y a aucun alignement de 3 points ou plus ? À vous de continuer !

Raisonnement par analyse-synthèse

Exercice 17.

Exercice 18.