Programme de colle n°6

semaine du 4 au 8 novembre

Notions vues en cours

Chapitre 7 – Généralités sur les fonctions (suite) :

- Continuité ponctuelle, continuité globale : f est continue sur A si elle est continue en chaque point de A
- Taux d'accroissement de f en a, dérivabilité ponctuelle d'une fonction, nombre dérivé de f en a
- Dérivabilité globale : f est dérivable sur A si elle est dérivable en chaque point de A, fonction dérivée f', ensemble de dérivabilité de f qu'on note $D_{f'}$
- Dérivées de $\lambda u + \mu v$, de uv, de $\frac{1}{u}$, de $\frac{u}{v}$, de u^n avec $n \in \mathbb{Z}$, de $v \circ u$, de f^{-1} (vue au chapitre 8)
- Dérivées de fonctions usuelles (un formulaire est disponible en ligne)
- Tangente en un point : équation, représentation graphique
- Liens entre sens de variation d'une fonction et le signe de sa dérivée sur un intervalle
- Étude d'une fonction (cf encadré en bas de la page 15 du polycopié)
- Dérivation d'une fonction $f : I \to \mathbb{C}$, mêmes formules de dérivation que pour les fonctions de $\mathbb{R}^I$, dérivation de $t \mapsto e^{\varphi(t)}$ avec $\varphi : I \to \mathbb{C}$ dérivable (vue au chapitre 8)
- Avec I un intervalle **ouvert**, f est continue (resp. dérivable) sur I ssi $f\big|_I$ est continue (resp. dérivable)

Chapitre 8 – Fonctions usuelles :

- Théorème de la bijection monotone, représentation graphique de la courbe de f^{-1} en fonction de celle de f
- Fonctions usuelles (et leurs propriétés) : logarithmes (ln et $\log_a$), exponentielles (e^x, a^x avec $a > 0$), puissances ($x \mapsto x^\alpha$ avec α dans $\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{R}$), croissances comparées (démonstration non exigible)
- Fonctions trigonométriques : cos, sin, tan, arccos, arcsin, arctan, ch, sh, th. Pour chaque fonction : définition, valeurs remarquables, éventuelles parité / périodicité / limites en $\pm\infty$, sens de variation, ensemble de dérivabilité, dérivée et représentation graphique
- Formules pour $\sin(\arcsin x)$, $\arcsin(\sin x)$, $\cos(\arcsin x)$, formules de arcsin, $\tan(\arctan x)$, $\arctan(\tan x)$

La notion de limite est intuitive : on ne demandera pas de justifier une limite "simple" faisant intervenir une seule fonction usuelle. Les opérations sur les limites (y compris la composition) sont utilisables.

Questions de cours

Question libre. Une question de cours sans démonstration choisie par l'examinateur. Cette question est basée sur un ou plusieurs énoncés encadrés tirés du polycopié (définition, propriété, corollaire, théorème SAUF méthode et SAUF les encadrés "non-officiel"), parmi les chapitres **6 à 8**. *Des exemples de questions figurent en page suivante.*

Question fixée. *Cette semaine, AUCUNE démonstration n'est exigible.*

1. Énoncés complets du théorème de la bijection monotone et du théorème qui détermine la dérivabilité de f^{-1} en un point y. Chapitre 8, Théorèmes 8.1 assertion 1 et 8.2
2. Ensembles de définition, d'arrivée, de dérivabilité, expression de la dérivée et *représentation graphique* de deux fonctions parmi arccos arcsin arctan ch sh th . Pour ch, sh, th, on devra également donner la définition de l'expression de ch$x$, sh$x$, th$x$.
3. Donner les primitives de $\frac{u'}{u}$, $u'u^\alpha$ (avec $\alpha \neq 1$), de $u'(ax + b)$ avec $(a, b) \in \mathbb{K}^* \times \mathbb{K}$, de $u'e^u$. L'examinateur pourra également demander un calcul de primitive utilisant ces formules.

Exemples de questions libres :

Chapitre 6 :

- Soit $A \subset E$. Donner la définition de l'application indicatrice sur A.
- Donner la définition de $f^{-1}(B)$ ou une caractérisation qui concerne cet objet.
- Donner les formules concernant $f(A \cup A')$ et $f(A \cap A')$
- Donner la définition de "f injective" en termes de quantificateurs
- Donner la définition de "s est une similitude directe".

Chapitre 7 :

- Soit $f : D \to \mathbb{R}$. Donner la définition de "f est majorée".
- Soit $f : D \to \mathbb{R}$. Donner la définition de "f est strictement croissante".
- Soit $f : I \to \mathbb{R}$ et $a \in I$. Donner la définition du taux d'accroissement de f en a. Puis oralement : que doit-il vérifier pour que f soit dérivable en a ?
- Donner deux formules de dérivation (au choix de l'examinateur)
- Si f et g sont croissantes, est-ce qu'on peut affirmer que leur produit fg est croissante ?

Chapitre 8 :

- Soit $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ une fonction bijective. Quelles sont les hypothèses à vérifier pour affirmer que f^{-1} est dérivable en y ? Que vaut alors $(f^{-1})'(y)$?
- Énoncer les croissances comparées en $+\infty$
- Pour quelles valeurs de x a-t-on $\arcsin(\sin x) = x$? Et $\sin(\arcsin x) = x$?
- Donner les dérivées de $\arccos x$ et de $\arctan x$.
- Donner deux expressions de la dérivée de $\mathrm{th} x$.