

TD 9 : Corrigé

Primitives

Exercice 1 (Trouver une primitive).

Exercice 2 (Trouver toutes les primitives).

Techniques d'intégration

Exercice 3 (Intégration par parties).

Exercice 4 (Intégrales de fractions rationnelles).

Exercice 5 (Changement de variables).

Exercice 6 (Équations et intégrales).

Règles de Bioche

Exercice 7 (Règles de Bioche).

Exercice 8.

À vous de jouer

Exercice 9 (Calcul d'intégrales). 1) Vu en classe

2) Vu en classe

3) $2 \log\left(\frac{3}{2}\right)$

4) $\frac{17}{480}$

5) $\frac{\pi}{4}$

6) $\frac{1}{n+1}$

7) $\frac{1}{2}(1 + e^\pi)$

8) $\frac{13}{192}$

9) Vu en classe

10) $\frac{1737}{70} - \frac{96\sqrt{2}}{7}$

11) 0... La fonction est impaire !

$$12) \frac{1}{2} \ln \frac{b^2 - 2pb + |\alpha|^2}{a^2 - 2pa + |\alpha|^2} + i \left(\arctan \frac{b-p}{q} - \arctan \frac{a-p}{q} \right)$$

Exercice 10 (Intégrales de Wallis).

$$\begin{aligned} I_{n+2} &= \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^{n+2} t dt \\ &= \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^n t (1 - \cos^2 t) dt \\ &= I_n - \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^n t \cos t \times \cos t dt \\ &= I_n - \left[\frac{1}{n+1} \sin^{n+1} t \times \cos t \right]_0^{\frac{\pi}{2}} - \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{n+1} \sin^{n+1} t \sin t dt \\ &= I_n - 0 - \frac{1}{n+1} I_{n+2} \end{aligned}$$

Ainsi, on a

$$\left(1 + \frac{1}{n+1} \right) I_{n+2} = I_n$$

donc

$$I_{n+2} = \frac{n+1}{n+2} I_n$$

Exercice 11 (★).