

Programme de colles n°12

semaine du 18 au 22 décembre

Notions vues en cours

Chapitre 13 : Limites, continuité (en complément du programme précédent)

- Continuité en un point, discontinuité en un point. Caractérisation séquentielle de la continuité
- Continuité à gauche, à droite. La continuité en un point équivaut à la continuité à gauche et à droite
- Continuité sur un intervalle. Ensemble $\mathcal{C}(I, \mathbb{R})$ ou $\mathcal{C}(I)$. Par extension, continuité sur une partie $X \subset \mathbb{R}$
- Opérations et continuité : somme, produit, inverse, composition (en un point, sur un intervalle)
- Prolongement par continuité d'une fonction f définie sur $I \setminus \{a\}$ en un point $a \in I$: définition, théorème, notation \tilde{f} (mais si la notation n'est pas imposée, on peut écrire "on pose $f(a) = \dots$ ")
 - Si a est un bord de I , la limite de f en a existe ssi la limite à gauche (si $a = \sup I$) ou à droite (si $a = \inf I$) existe. Il y a alors égalité de ces deux limites
 - Si a est un point intérieur de I , la limite de f en a existe ssi la limite à gauche ET à droite existe ET qu'elles sont égales. Il y a alors égalité de ces trois limites
- Théorème des valeurs intermédiaires. Si la fonction est de plus strictement monotone, alors elle est injective (c'est même une équivalence)
- L'image d'un intervalle par une fonction continue est un intervalle. Une fonction continue qui ne s'annule pas garde un signe (strict) constant
- Théorème des bornes atteintes. L'image d'un segment par une fonction continue est un segment
- Théorème de la bijection
- Fonctions complexes : extension des notions de limite (finie), de continuité, etc. Caractérisations avec les parties réelles et imaginaires

Chapitre 8.5 : Dérivation

- Taux d'accroissement, nombre dérivée, caractérisation avec un DL d'ordre un, dérivabilité entraîne continuité
- Fonction dérivée, opérations et dérivations : somme, produit, quotient, composition, réciproque
- Dérivées à droite et à gauche : définition, caractérisation de la dérivabilité
- Extremum / maximum / minimum (global ou local), point critique, tout extremum local en un point intérieur est un point critique
- Théorème de Rolle, théorème des accroissements finis, interprétation graphique

Questions de cours

Sauf mention contraire, les démonstrations sont à connaître.

- Théorème des bornes atteintes Chapitre 13, Théorème 13.35
- Théorème de Rolle Chapitre 14, Théorème 14.15
- Théorème des accroissements finis Chapitre 14, Théorème 14.16