

Programme de colle n°3

semaine du 30 septembre au 4 octobre

Notions vues en cours

Chapitre 4 : Somme et produits

- Sommes doubles : interversion des \sum dans une somme double (cas rectangulaires et triangulaires), cas particuliers de découplage
- Factorielle, Coefficient binomial $\binom{n}{k}$: définition, symétrie, triangle de Pascal
- Binôme de Newton

Chapitre 5 – Nombres complexes :

- Généralités : nombre i , ensembles \mathbb{C} et $i\mathbb{R}$, forme algébrique, partie réelle, partie imaginaire
- Opérations $+$, $-$, \times , $/$ avec des complexes, généralisation des formules $\sum_{k=0}^n x^k$, $a^n - b^n$ et du binôme aux complexes
- Plan complexe, affixe d'un point, d'un vecteur. Image d'un complexe dans le plan complexe
- Conjugué d'un complexe : définitions, propriétés élémentaires, interprétation géométrique
- Module : définitions, propriétés élémentaires, interprétation géométrique
- Identité remarquable $|z + z'|^2$, première inégalité triangulaire, seconde inégalité triangulaire.
- Complexes positivement liés (*note pour les colleurs : la définition est celle correspondant au cadre des \mathbb{R} -e.v.*), on a $|u + v| = |u| + |v|$ si et seulement si u, v sont positivement liés
- Différentes caractérisations de $z \in \mathbb{R}_+$, $z \in \mathbb{R}_-$, $z \in i\mathbb{R}$ en termes de conjugué et de module
- Cercle et disque du plan complexe, cercle unité (ou trigonométrique), notation \mathbb{U}
- Exponentielle $e^{i\theta}$: notation, propriétés élémentaires, formules d'Euler, formule de Moivre
- Méthode : linéarisation de $\cos^n x$ et $\sin^n x$ en somme de termes $\cos(kx)$ ou $\sin(kx)$ avec $0 \leq k \leq n$
- Méthode : délinéarisation de $\cos(nx)$ et $\sin(nx)$ en somme de termes $\cos^k x$ ou $\sin^k x$ avec $0 \leq k \leq n$

La forme trigonométrique n'est pas, au sens strict, au programme cette semaine.

Questions de cours

Question libre. Une question de cours sans démonstration choisie par l'examinateur. Cette question est basée sur un ou plusieurs énoncés encadrés tirés du polycopié (définition, propriété, corollaire, théorème SAUF méthode et SAUF les encadrés "non-officiel"), parmi les chapitres **2 à 4**. *Des exemples de questions figurent en page suivante.*

Question fixée. *Sauf mention contraire, les démonstrations sont à connaître.*

1. Binôme de Newton Chapitre 3, Proposition 3.12
2. Première inégalité triangulaire (énoncé uniquement) puis cas d'égalité (avec démonstration). On pourra utiliser sans démonstration le résultat suivant : pour tout $w \in \mathbb{C}$, on a $\operatorname{Re} w = |w| \iff w \in \mathbb{R}_+$. Chapitre 5, Propriété 5.15
3. Linéarisation d'un cosinus ou d'un sinus, donné par l'examinateur. Chapitre 5, Méthode page 13 en haut

Exemples de questions libres :

Chapitre 2 :

- Donner $\mathcal{P}(\{1, 2\})$.
- Sous quelle condition est-ce que les ensembles A_1, \dots, A_n sont-ils disjoints deux à deux ?
- Donner une partition de \mathbb{N} en deux ensembles.
- Si $A \subset B$, que peut-on dire de $A \cap B$? De $A \cup B$?
- Compléter les formules suivantes : $\overline{A \cap B} = \dots$ et $\overline{A \cup B} = \dots$

Chapitre 3 :

- Soit $x \in \mathbb{R}$ et $p \in \mathbb{Z}$. Donner deux caractérisations de $p = \lfloor x \rfloor$
- Donner deux formules faisant intervenir $\cos(2x)$
- Compléter les formules suivantes : $\cos(a + b) = \dots$ et $\sin(a - b) = \dots$
- Compléter la formule suivante : $\cos a \cos b = \dots$
- Compléter la formule $\tan(a + b) = \dots$

Chapitre 4 :

- Compléter la formule $a^n - b^n = \dots$
- Compléter la formule $\sum_{k=1}^n k^2 = \dots$
- Compléter la formule $\sum_{k=0}^n x^k = \dots$
- Énoncer la propriété du triangle de Pascal.
- Compléter la formule $(a + b)^n = \dots$