Programme de colle n°2

semaine du 23 au 27 septembre

Notions vues en cours

Chapitre 3 : Calcul dans $\mathbb{R}$, trigonométrie :

- Inégalités : transitivité, règles pour les additionner, les multiplier par un réel
- Inégalités : règle pour appliquer une fonction aux deux membres de l'inégalité, cas particuliers de certaines fonctions
- Vu en TD et sur des exemples : résolution d'équations et d'inéquations dans $\mathbb{R}$ (ou bien par disjonctions de cas et équivalences successives, ou bien par analyse-synthèse)
- Valeur absolue : définition, propriétés, première et seconde inégalité triangulaire
- Distance entre réels : définition, inégalité triangulaire
- Partie entière : définition, croissance, caractérisations, règle $\lfloor x+k \rfloor = \lfloor x \rfloor + k$ avec $k \in \mathbb{Z}$
- (Non officiel) : partie fractionnaire
- Définition de cosinus et sinus, angle orienté et sens trigonométrique
- Formulaire de trigonométrie : valeurs particulières, formules d'addition, de duplication, de linéarisation, tangente, formules d'angle moitié, cotangente
- Résolution d'équations et d'inéquations trigonométriques

Chapitre 4 : Somme et produits

- Sommes et produits de réels $a_m, a_{m+1}, \cdots, a_n$: notations $\sum_{i=m}^{n} a_i$ et $\prod_{i=m}^{n} a_i$, l'indice de sommation est une variable muette
- Famille $(a_i)_{i\in I}$ indexée par un ensemble I (dans ce chapitre, on supposera l'ensemble I fini), notations $\sum_{i\in I} a_i$ et $\prod_{i\in I} a_i$
- Opérations élémentaires avec des $\sum$ et des $\prod$, "relation de Chasles", conventions $\sum_{i\in\varnothing} a_i = 0$ et $\prod_{i\in\varnothing} a_i = 1$
- Changement d'indice dans une somme, symétrisation, sommes et produits télescopiques
- Factorisation de $a^n - b^n$, sommes usuelles $\sum_{k=0}^{n} k$, $\sum_{k=0}^{n} k^2$ et $\sum_{k=0}^{n} x^k$

Les notions de majorant, de minorant, de maximum et de minimum d'un ensemble ne sont pas au programme de cette semaine, mais les expressions de la forme $\max(a,b)$ *le sont.*

Questions de cours

Question libre. Une question de cours sans démonstration choisie par l'examinateur. Cette question est basée sur un ou plusieurs énoncés encadrés tirés du polycopié (définition, propriété, corollaire, théorème SAUF méthode et SAUF les encadrés "non-officiel"), parmi les chapitres **1 à 3**. *Des exemples de questions figurent en page suivante.*

Question fixée. *Sauf mention contraire, les démonstrations sont à connaitre.*

1. Inégalités triangulaires Chapitre 3, Théorème 3.6
2. Formule de factorisation de $a^n - b^n$ Chapitre 4, Théorème 4.8
3. Sommes usuelles (formules $\sum_{k=0}^{n} k$, $\sum_{k=0}^{n} k^2$ et $\sum_{k=0}^{n} x^k$, on ne montrera que la première et la dernière) Chapitre 4, Définition 4.9

Exemples de questions libres :

Chapitre 1 :

- Soit P, Q deux assertions. Donner la table de vérité de "$P \implies Q$"
- Soit $n \in \mathbb{Z}$. Donner une caractérisation de "n est impair"
- Soit P, Q deux assertions. Donner la négation de "$P \implies Q$"
- Donner la négation de l'assertion suivante (au choix de l'examinateur).
- Que signifie "si et seulement si" dans la phrase "P si et seulement si Q" ?

Chapitre 2 :

- Donner $\mathscr{P}(\{1, 2\})$.
- Sous quelle condition est-ce que les ensembles $A_1, \cdots, A_n$ sont-ils disjoints deux à deux ?
- Donner une partition de $\mathbb{N}$ en deux ensembles.
- Si $A \subset B$, que peut-on dire de $A \cap B$? De $A \cup B$?
- Compléter les formules suivantes : $\overline{A \cap B} = ...$ et $\overline{A \cup B} = ...$

Chapitre 3 :

- Soit $x \in \mathbb{R}$ et $p \in \mathbb{Z}$. Donner deux caractérisations de $p = \lfloor x \rfloor$
- Donner deux formules faisant intervenir $\cos(2x)$
- Compléter les formules suivantes : $\cos(a + b) = ...$ et $\sin(a - b) = ...$
- Compléter la formule suivante : $\cos a \cos b = ...$
- Compléter la formule $\tan(a + b) = ...$