Programme de colle n°1

semaine du 16 au 20 septembre

Notions vues en cours

Chapitre 1 : Logique

- Assertion, connecteurs logiques (et, ou, non, $\implies$, $\iff$), condition nécessaire, condition suffisante
- Quantificateurs : définition, passage à la négation, l'ordre d'apparition des quantificateurs a un sens
- Raisonnements : par implications successives, par contraposée, par équivalences successives, par double implication, **par l'absurde**, par contre-exemple, **par récurrence** (simple, double, forte), par disjonction de cas, **par analyse-synthèse**

Chapitre 2 : Ensembles

- Construction d'ensembles, formes $\{x \in E \mid P(x)\}$ et $\{f(x) \mid x \in E\}$, singleton, ensemble fini ou infini,
- Ensembles usuels : $\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{R}$, ensemble vide $\varnothing$, intervalles de $\mathbb{R}$, ensemble $[\![a, b]\!]$
- Inclusion et égalité d'ensembles, raisonnement par double inclusion
- Ensemble des parties d'un ensemble E, notation $\mathscr{P}(E)$
- Opérations sur les ensembles : $\cup$, $\cap$, $\setminus$, passage au complémentaire. Propriétés élémentaires de ces opérations
- Ensembles disjoints, ensembles disjoints deux à deux, partition d'un ensemble (les sous-ensembles d'une partition doivent être non vides)
- Union et intersection d'un nombre infini d'ensembles (on se limite au cas dénombrable), notations $\bigcap_{n=1}^{+\infty} A_n$ et $\bigcup_{n=1}^{+\infty} A_n$, caractérisations de $x \in \bigcap_{n=1}^{+\infty} A_n$ et $x \in \bigcup_{n=1}^{+\infty} A_n$
- Couple, n-uplet, produit cartésien d'ensembles, notations $A \times B$ et A^n

Questions de cours

Question libre. Une question de cours sans démonstration choisie par l'examinateur. Cette question est basée sur un ou plusieurs énoncés encadrés tirés du polycopié (définition, propriété, corollaire, théorème SAUF méthode et SAUF les encadrés "non-officiel"), parmi les chapitres **1 et 2**. *Des exemples de questions figurent en page suivante.*

Question fixée. *Sauf mention contraire, les démonstrations sont à connaitre.*

1. Donner (sans démonstration) les formules correspondant à $\text{non}(\text{non}P)$, $\text{non}(P \text{ et } Q)$, $\text{non}(P \text{ ou } Q)$, $P \text{ et } (Q \text{ ou } R)$, $P \text{ ou } (Q \text{ et } R)$, $\text{non}(P \implies Q)$. On donnera également l'assertion qui correspond à la contraposée de $P \implies Q$. On montrera enfin que $P \implies Q$ est équivalente à sa contraposée grâce à une table de vérité.
   Chapitre 1, Théorème 1.8 et Théorème 1.13, la preuve a été faite en TD
2. Définitions (donc sans démonstration) : intersection, réunion, différence, complémentaire, ensemble produit.
   Chapitre 2, Définition 2.8, Définition 2.14
3. Définitions (donc sans démonstration) : ensembles disjoints, ensembles disjoints deux à deux et partition.
   Chapitre 2, Définition 2.9, Définition 2.10

Exemples de questions libres :

Chapitre 1 :

- Soit P, Q deux assertions. Donner la table de vérité de "$P \implies Q$"
- Soit $n \in \mathbb{Z}$. Donner une caractérisation de "n est impair"
- Soit P, Q deux assertions. Donner la négation de "$P \implies Q$"
- Donner la négation de l'assertion suivante (au choix de l'examinateur).
- Que signifie "si et seulement si" dans la phrase "P si et seulement si Q" ?

Chapitre 2 :

- Donner $\mathscr{P}(\{1,2\})$.
- Sous quelle condition est-ce que les ensembles $A_1, \cdots, A_n$ sont-ils disjoints deux à deux ?
- Donner une partition de $\mathbb{N}$ en deux ensembles.
- Si $A \subset B$, que peut-on dire de $A \cap B$? De $A \cup B$?
- Compléter les formules suivantes : $\overline{A \cap B} = ...$ et $\overline{A \cup B} = ...$